

2 ヒンジ上路パイプアーチ橋の形状と鋼重

西 脇 威 夫*

由 井 洋 三**

1. ま え が き

村上永一は公共構造物としての橋の具えるべき条件を列挙している¹⁾が、良い橋とはそれらが充たされた橋であるところでは考えておく。それによれば、合目的性がまず重視されなければならないが、橋の規模が大きくなればなるほど、その経済性も重要な要素となる。問題はあろうが橋の経済性を示すものの1つとして、橋の総鋼重を挙げるとすれば、経済性の追求を最小鋼重の追求とすることができる。このようにすれば、いわゆる最適設計の手法を経済性の追求に用いることができる。本論は経済性の数量的追求の1つのアプローチを第一の目的としている。

一方、土木学会誌にも解説²⁾されているように、示方書は工事を進める上の共通的な指示事項および特記事項を示すものであるが、その内容は、当然良いものを造るということを目指していなければならない。すなわち、道路橋示方書は良い橋を造るには具体的にどうしたらよいか共通的な、さらに基本的な事項を示しているものと見てよいであろう。示方書に示される各々の条件は、良い橋が設計できるように相互に円満に関連しあっていることが望ましく、ある条件のみが極端に厳しく定められることは好ましくないとされる。

以上のような観点から、本論では上路型2ヒンジパイプアーチ橋を、昭和48年制定の道路橋示方書によって設計することによって幾つかの設計パラメータが総鋼重とどのように関連しているかを調べたものである。それらのうちには総鋼重に鋭敏に影響するものとし、鋭敏に影響するパラメータを望ましい値に優先的に採用するのが近道であろう。このようにして第二の目的は、良い橋において設計条件がどのように関連しているかを検討することにある。

2. 設計の対象とした上路型2ヒンジアーチ橋

本論では、図-1～3に示すような上路型2ヒンジパイプアーチ橋

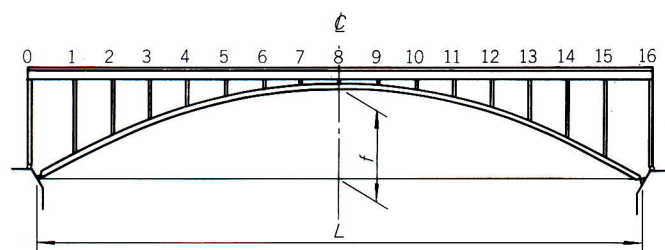


図-1 側面図

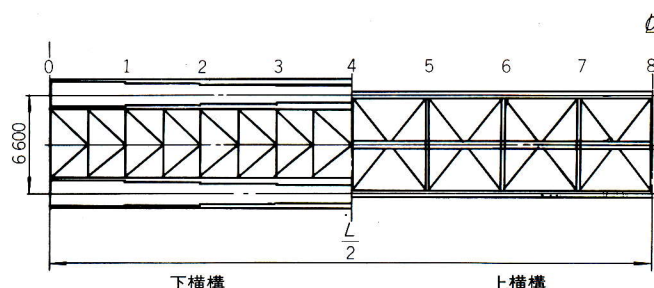


図-2 下横構および上横構図

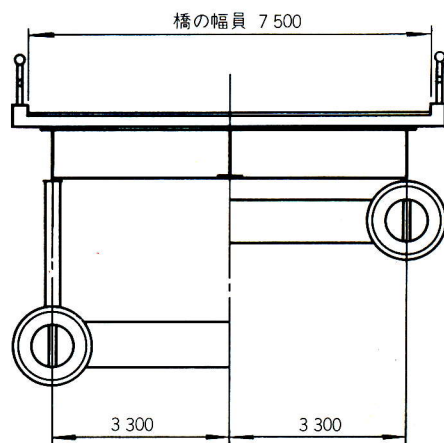


図-3 横断面図

について、最小鋼重を与える断面および形状を最適設計と定義して検討を行う。設計対象とした形状に関する諸数値は以下のとおりである。

支間長(L): 120m, 180m および 240m

スパン—ライズ比(f/L): 0.05(1/20)～0.3(1/3.333)

鋼管半径(R): 50～200cm

橋の幅員(B): 7.500m

アーチリブ間隔: 6.600m

鉄筋コンクリート床版厚: 21cm

アスファルト舗装厚: 5cm

使用する鋼材は、SM 50 であり、橋の等級は、1等橋とする。

3. 目的関数と制約条件

3-1 目的関数

最小鋼重設計をもって最適設計とするので、目的関数 F は、総鋼重となり、次式で示される。

$$F(L, n, R, t, f, B) = W_1 + W_2 \times L \times B + W_3 \times L \times B + W_4 \times L$$

* 武蔵工業大学 教授 工博

** 株式会社橋梁設計事務所

$$+ \sum_{i=0}^n W_6 + \sum_{i=1}^{n-1} (W_6 + W_7) \dots \dots \dots (1)$$

ここに、

- W_1 : アーチリブの鋼重で、 L, n, R, t, f の関数 (kg)
- W_2 : 床組と上横構の鋼重で、 L と n の関数 (kg/m²)
- W_3 : 下横構の鋼重で、 L と R の関数 (kg/m²)
- W_4 : 高欄の鋼重で、本論では 40 kg/m
- W_5 : 支柱の鋼重で、 f と n の関数 (kg)
- W_6 : 集中荷重が作用する位置の補剛材の鋼重で、 R と 支柱作用力 P の関数 (kg)
- W_7 : 中間補剛材の鋼重 (kg)

t : 鋼管板厚 (cm) (以下では、 t_i で第 i 部材の板厚を示すこともある)

f : ライズ (m)

n : 格間数

3-1-1 アーチリブの鋼重 (W_1)

アーチリブの体積を V とすると、

$$V = \sum_{i=1}^n A_i l_i$$

ここに、

A_i : 第 i 部材の断面積 $= \pi t_i (2R - t_i)$ (cm²)

l_i : 第 i 部材の部材長

$$= \frac{x_i - x_{i-1}}{100L} \sqrt{(100L)^2 + 16 \left(\frac{f}{L}\right)^2 \{100L - (x_i + x_{i-1})\}^2}$$

x_i : 左支点を座標原点とする場合の格点の水平座標 (cm)

ρ : 鋼の単位体積重量 (kg/cm³)

以上より、

$$W_1 = \rho \pi \sum_{i=1}^n t_i (2R - t_i) \frac{(x_i - x_{i-1})}{100L} \times \sqrt{(100L)^2 + 16 \left(\frac{f}{L}\right)^2 \{100L - (x_i + x_{i-1})\}^2} \dots \dots \dots (2)$$

3-1-2 床組と上横構の鋼重 (W_2)

縦桁、床桁および上横構の配置の骨組を、図-2に示す。

縦桁と横桁の高さを相等しく採り、縦桁の支間長 (格間長) を 7.5m, 10.0m, および 15.0m とし、腹板高を 70cm から 140cm まで 10cm ごととして、最小鋼重を与える I 形断面を求める。同様の手続きで床桁重量を求める。次に、図-4のように風荷重に対する構造モデルを考え、各々の腹板高に対応して上横構鋼重を算出し、それらを合計して最小鋼重を求める。1例として、格間長が10mの場合を図-5に示す。これより床組および上横構の鋼重の最小重量を最小二乗法で直線式として支間長に対して求めると図-6になる。この図の3本の直線をさらに最小二乗法によって1つの式で表すと次式が得られる。

$$W_2 = (2.191 \times 10^{-3} \times L/n + 3.321 \times 10^{-2}) \times L$$

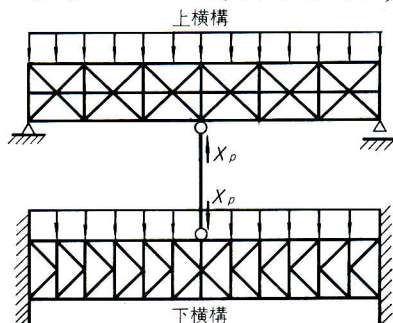


図-4
風荷重に対する
構造モデル

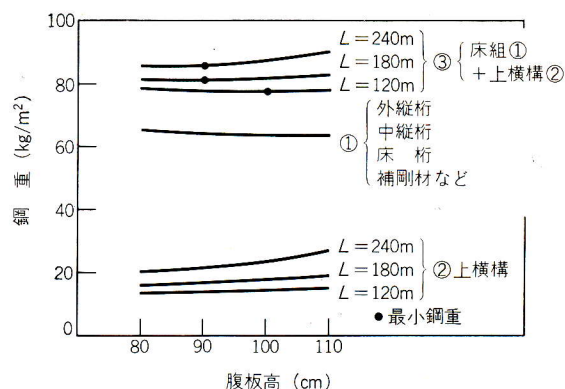


図-5 格間長 10m のときの床組および上横構の鋼重

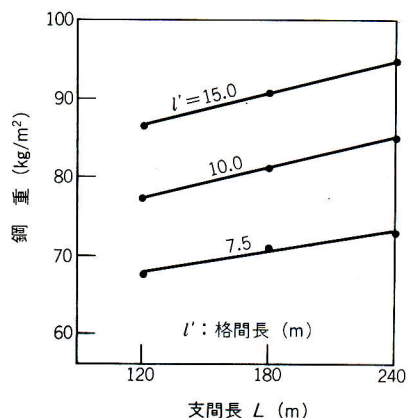


図-6 床組と上横構の最小鋼重

$$+ (2.155 \times L/n + 47.16) \dots \dots \dots (3)$$

3-1-3 下横構の鋼重 (W_3)

下横構の配置骨組を図-2に示す。

上横構と同様に、図-4のようにモデル化し、鋼管半径、床組腹板高 (格間長により決定) の変化に対応した最小鋼重を求め、図-7に示した、この図には格間長 7.5m および 12.5m に対する直線とそれらの平均値である直線 (実線) によって下横構の鋼重を示した。それは、次式となる。

$$W_3 = (6.800 \times 10^{-5} \times L + 0.1235) \times R + (8.920 \times 10^{-2} \times L + 18.45) \dots \dots \dots (4)$$

3-1-4 支柱の鋼重 (W_5)

支柱を単一鋼管柱とすると、その断面は、鋼道示 13.6.6 により決定される。支柱作用力として 0~200t、支柱長として 70m までを考えると、支柱の必要鋼管断面積は、図-8における・印で示すよ

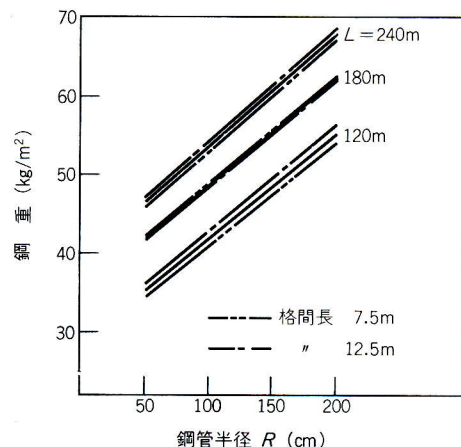


図-7 下横構最小鋼重

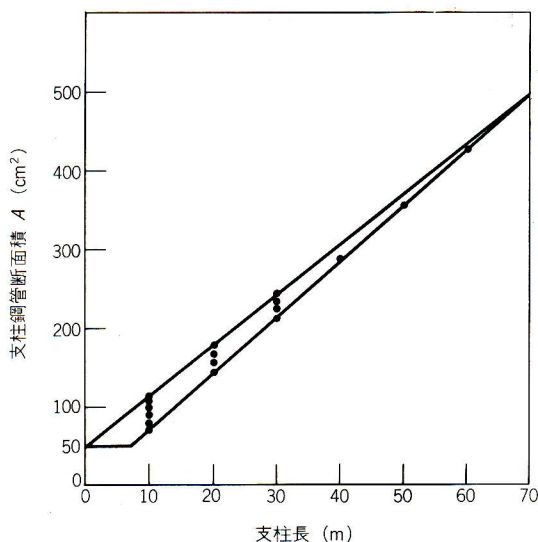


図-8 支柱長と支柱鋼管断面積 (作用荷重: 0~200t)

うになる。そこで、図-8 に示された・の存在する領域の上界と思われる直線をとると、

$$A = 6.35 \times 10^{-2}(100f - y_1) + 50.0 \quad (\text{cm}^2)$$

ここに、 y_1 は、左支点を座標原点とする場合の格点の鉛直座標 (cm) である。上式より支柱の鋼重は、次式で与えられる。

$$W_5 = \{6.35 \times 10^{-2} \times (100f - y_1) + 50.0\} \times (100f - y_1) \times \rho \quad (5)$$

3-1-5 集中荷重が作用する位置の環補剛材の鋼重 (W_6)

鋼道示 13.6.5 により支材を併用する場合の環補剛材の所要鋼重は、作用荷重とアーチ鋼管半径に対して、図-9 に示すようになる。これを式で表せば次式が得られる。

$$W_6 = (8.863 \times 10^{-3} \times R - 0.1105) \times P_t + (0.9634 \times R - 30.90) \quad (6)$$

3-1-6 中間補剛材の鋼重 (W_7)

鋼道示 13.4 に示されている (13.4.1) 式によって断面寸法を定めて鋼重を求めた。

3-2 制約条件

本論では、部材の座屈などを応力度によって制約する挙動制約条件式が 4 式と直接設計変数に制約を与える形状制約条件式 (側面制約条件式) の 4 式とがある。それらを鋼道示に用いられている記号によって表して列挙すれば以下のようになり、結局 $g_i \leq 0$ が設計可能領域を示すことになる。

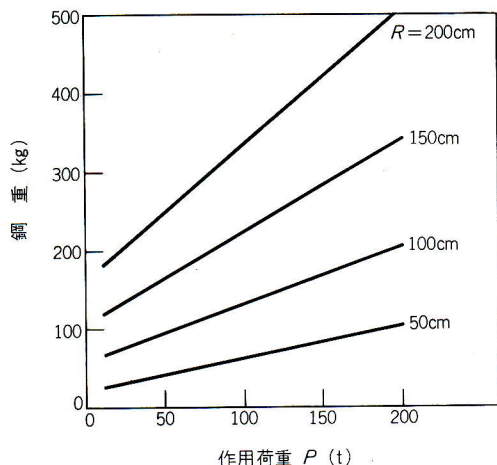


図-9 環補剛材鋼重

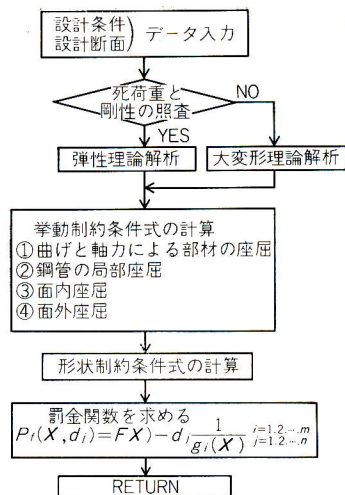


図-10 アーチ橋の解析と応力度照査の手順

- 1) 軸方向力および曲げモーメントを受ける部材としての照査 [鋼道示 (3.3.3) 式].

$$g_1(R, t, f) = \sigma_c / \sigma_{ca} + \sigma_{bc} / \sigma_{ba} - 1.0 \quad (7)$$

- 2) 鋼管の組み合わせ応力による局部座屈に対する照査 [鋼道示 (13.3.1) 式].

$$g_2(R, t, f) = (\sigma / \sigma_a)^2 + (\tau / \tau_a)^2 - 1.0 \quad (8)$$

- 3) アーチの面内座屈に対する照査 [鋼道示 (11.4.1) 式].

$$g_3(R, t, f) = H / (A_g \cdot \sigma_{ca}) - 1.0 \quad (9)$$

- 4) アーチの面外座屈に対する照査 [鋼道示 (11.5.1) 式].

$$g_4(R, t, f) = H / (A_g \times 0.85 \sigma_{ca}) - 1.0 \quad (10)$$

- 5) 鋼管半径と板厚の比に対する最大値 [鋼道示 (13.3) 式].

$$g_5(R, t) = R / (200t) - 1.0 \quad (11)$$

- 6) 鋼管の最小板厚

$$g_6(t) = -t + 0.9 \quad (12)$$

鋼道示 3.1.6 によると、鋼板厚は、JIS 規格の関連から 7.9 mm 以上となっているが、板厚方向に集中荷重が載荷することや補剛材の溶接への配慮から 9 mm を最小厚と定めた。

- 7) スパンライズ比の範囲

アーチ橋のスパンライズ比には 1/7~1/10 が用いられたことが多いが、ここでは上路型でもあることから 0.3~0.05 までとした。

$$\left. \begin{aligned} g_7(f, L) &= 0.05 - f/L \\ g_8(f, L) &= f/L - 0.3 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

4. 手法の選定

すでに示したように、本論で取扱う最適化問題の目的関数と制約条件は、ともに設計変数の非線形関数である。最適化問題については各種の方法が提案され、その使用性能などについても Kuester³⁾ らにより比較検討されている。また、筆者の 1 人らによって行われたトラスおよびラーメンに対する代表的な手法による数値計算の結果⁴⁾ を参照し、本論では、目的関数と制約条件を SUMT 変換し、Davidon-Fletcher-Powell 法によって最適化を行った。

最適設計計算の流れの一部であるアーチ橋の解析の流れを図-10 に示す。日常行われている設計作業に準じて、応力度によって断面を決定し、得られた最適設計に対したわみ制限値の照査を行った。したがって目的関数はすでに述べた制約条件でその領域が定義されている。2 ヒンジアーチの場合にはたわみを制約条件とせず目的関

数の可能領域を定義した場合、本論で述べた方法によると最適解を与えないおそれもあり⁶⁾、たわみを制約条件に加えて目的関数の領域を定義し、たわみを制御しながら最適値を求める必要も考えられたが、一応慣用されている設計法によるものである。

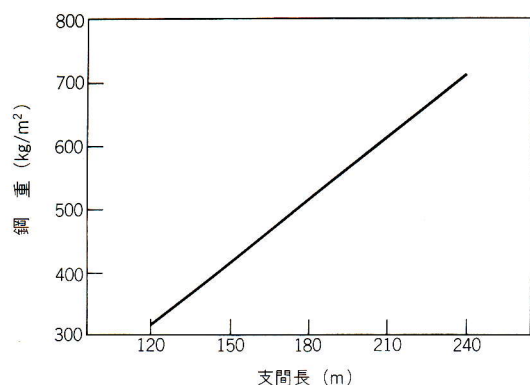


図-11 最適設計鋼重

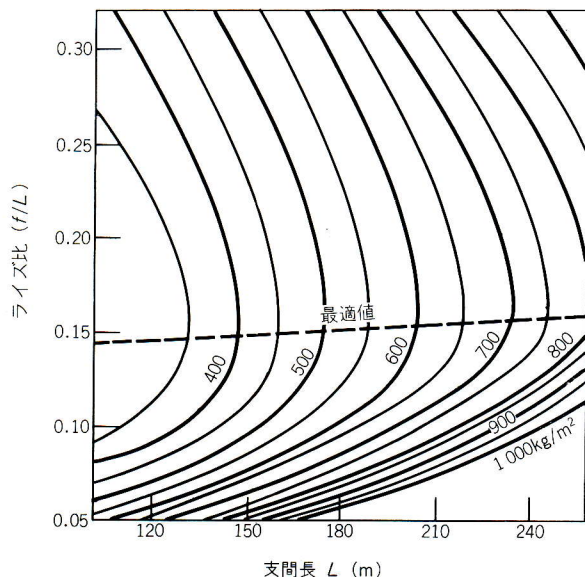


図-12 ライズ比に対する最適鋼重等値線

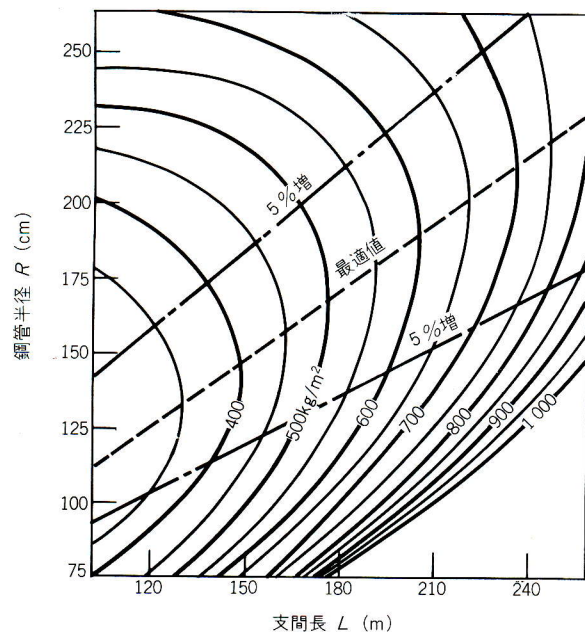


図-13 鋼管半径に対する最適鋼重等値線

表-1

支間長(m)	ライズ比	鋼管半径(cm)	格間数	板厚(mm)
120	0.145	125	12	10~12
180	0.150	170	16	12~15
240	0.156	215	16	14~17

5. アーチ形状と最小鋼重

5-1 最適設計

すでに述べてきたようにして得られた最終的な結果を図-11に示す。図に示す鋼重を支間長に対し直線で近似すると、次式が得られる。

$$W_{\min} = 3.2 \times L - 70.0 \quad (\text{kg/m}^2) \dots \dots \dots (14)$$

ここに、 L は支間長(m)である。この場合設計変数としては、格

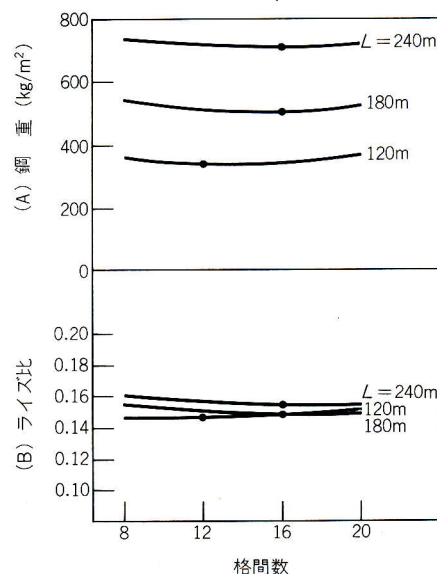


図-14 最適格間数と最適ライズ比

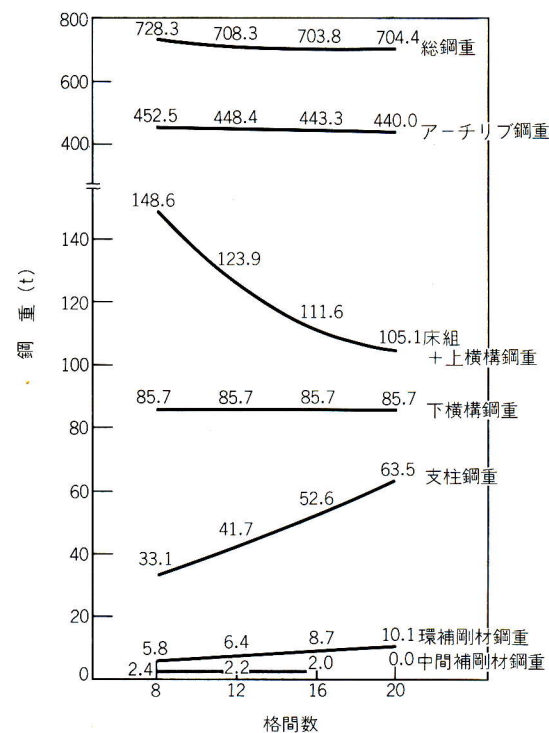


図-15 各部材鋼重(設計条件) ($L=180\text{m}$, $R=170\text{m}$)

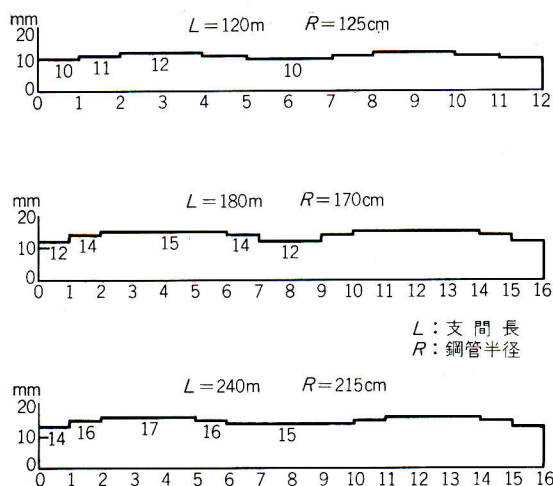


図-16 最適断面変化 (板厚の単位: mm)

間数, ライズ比, 鋼管半径, 鋼管板厚が採られ, 支間長 120m, 180m および 240m に対する最適設計が表-1 に示す形状で得られた。

5-2 ライズと鋼重

支間長とライズが架橋地点の地形などから定まってしまう場合の鋼重の推定を行うことを対象とし, ライズを入力として最適設計を行うと, 図-12 が得られる。この結果から $L=240\text{m}$ まででは f/L は 0.14 から 0.16 の範囲で最小鋼重を与え, さらに支間長の増大とともに, 増加の傾向を持つことがわかる。0.1 より小さなライズ比を採用すると, 鋼重は急激に増加する。また, 最適なライズ比より大きいライズ比を採用すると, 鋼重は緩やかに増加し, 設計変数として選択の幅は割合広い。

水平反力は, ほぼライズ比に反比例するが, 曲げモーメントはライズ比にはあまり影響されない。最適なライズ比より小さいライズ比を用いる場合に鋼重が増大するのは, 水平反力の増大が軸方向力を増大させ, 軸方向力に抵抗するために大きな断面が要求されることが原因であろう。一方ライズを大きくすると, 幾何学的に形状が大きくなって, 鋼重が増大していくことになる。

5-3 鋼管半径と鋼重

鋼管半径を入力として最適設計を行った結果を, 図-13 に示す。最適鋼管半径を破線で示し, 1 点鎖線で, 最小鋼重より 5% 大きい鋼重を与える鋼管半径も示した。これは, 鋼管半径以外の他の寸法

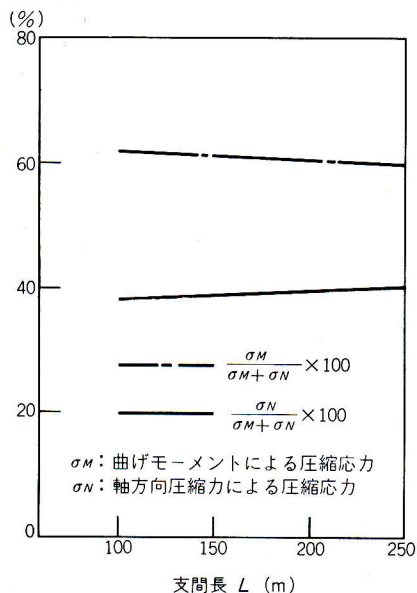


図-17 最適設計における応力の比率

を最適設計に対する設計変数値と同じに採っておけば, 例えば, 支間長が 120m のアーチ橋の場合に, 鋼管半径が 105cm から 154cm まで変動しても, 鋼重はたかだか 5% の増加のみであることを意味する。

図-13 より, 本論で取り扱った設計条件に対しては, 最適鋼管半径は次式で与えられる。

$$\left(\frac{L}{R}\right)_{\text{op}} = \frac{L}{750} + 0.8 \quad (15)$$

なお, 鋼管半径を最適値より小さくとると, 鋼重は急激に増加する傾向にあり, 支間長が増大すると, 鋼管半径の変化が鋼重に与える影響は鈍くなる傾向にある。

5-4 格間数と鋼重

格間数を入力として, 最適設計を行った結果を図-14 に示す。この結果より, 格間数は上に述べた設計変数に比べて, 鋼重との関係

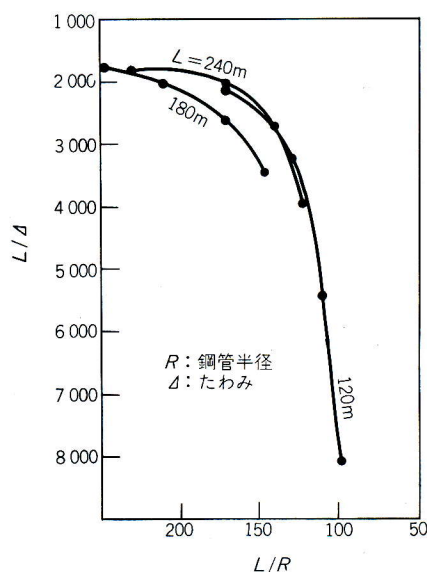


図-18 最適設計におけるたわみと鋼管半径

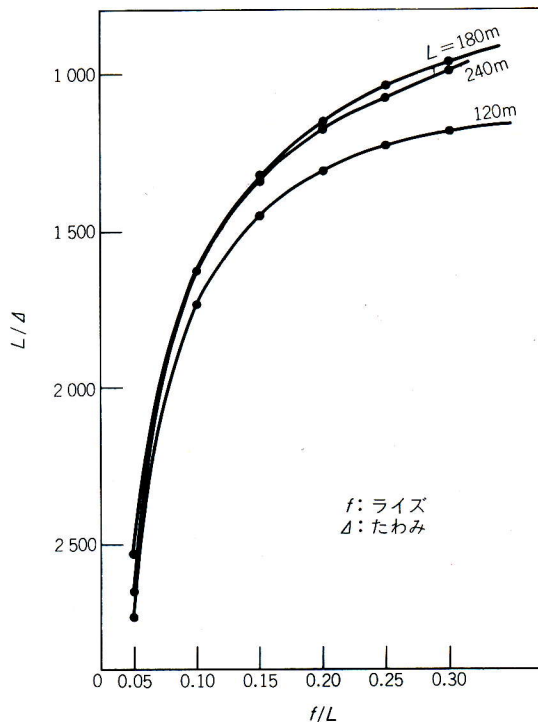


図-19 最適設計におけるたわみとライズ

が小さいことがわかる。支間長 180m、鋼管半径170cmの場合の各
格間数に対応する、各構成部分の鋼重を図-15に示す。

5-5 最適設計における鋼管板厚

最適設計における板厚の分布状況を図-16に示す。

最適設計においては、 $L/4$ 点付近の板厚が最も厚く、スプリング
および支間中央付近の板厚は、それよりやや薄い傾向にある。

6. 最適設計における応力およびたわみ

古くからアーチは、なるべく軸方向力が主に作用するように設計
することが好ましいといわれている。例えば、成瀬勝武⁶⁾は、「力
線は、アーチの軸から偏倚すること少なく、アーチリブに曲げモー
メントを生ぜしめないような形状を備えることが第一に必要」と述
べている。そこで、本論において得られた最適設計の $L/4$ 点での応
力状態を支間長について示すと図-17になり、曲げ縁応力度は許容
圧縮縁応力度の60%程度であり、曲げモーメントによる縁応力度は
かなり大きい。これは死荷重が割合小さく、それに比べ、活荷重の
影響が比較的大きいことを意味している。そして、従来、鋼アーチ
においては、アーチ軸線に2次放物線が好ましいと言われてきたが、
この結果は必ずしもそれを意味しないし、文献5)では、放物線ア
ーチより円弧アーチの方が、鋼重が小さくなると述べている。

最適設計の場合のたわみを図-18、19に示す。図-18は縦軸に、
たわみを支間長で無次元化した数の逆数を、横軸は鋼管半径を支間
長で無次元化した数の逆数をとった。鋼管半径の増大とともに剛性
が急激に増大することがわかる。ほぼ同じようにライズとの関係を示
したものが図-19である。ライズを大きくするとたわみは増大の
傾向を持つ。

7. 制約条件と最適設計

7-1 制約条件の相互関係

支間長 120m、180m および 240m の各々の橋において、ライズ

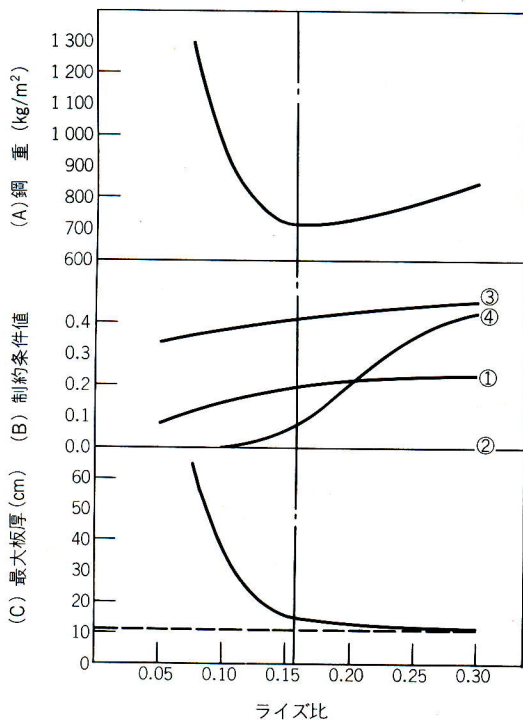


図-20 支間長 240m におけるライズ比に対する最適設計

比と制約条件、鋼管半径と制約条件が最適設計時にどのように関係
しているかを図-20(B) および図-21(B)に示す。図は $L/4$ 点の
部材における制約条件の状態を示し、縦軸の値が0に近い程、制約
条件式 g_i の値が0に近づいていることを示している。図中の数値は、
次に示す事項についての制約条件に対応する。

- ① 軸方向力と曲げモーメントを受ける部材の座屈
- ② 鋼管の局部座屈
- ③ アーチの面内座屈

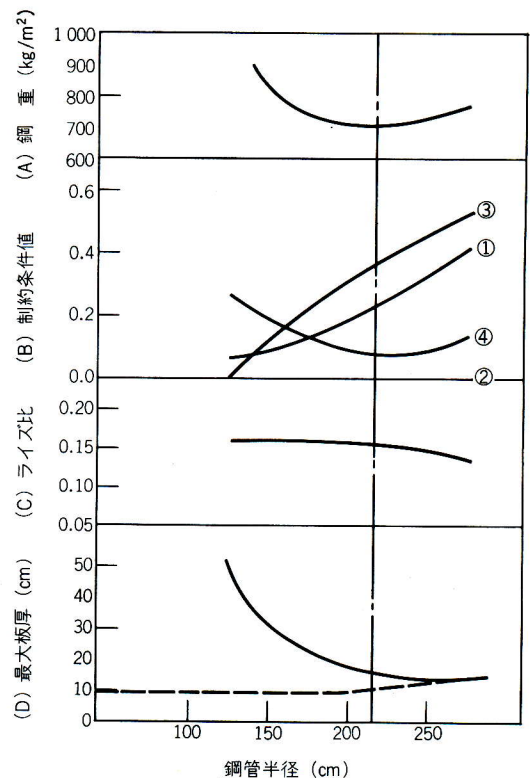


図-21 支間長 240m における鋼管半径に対する最適鋼重

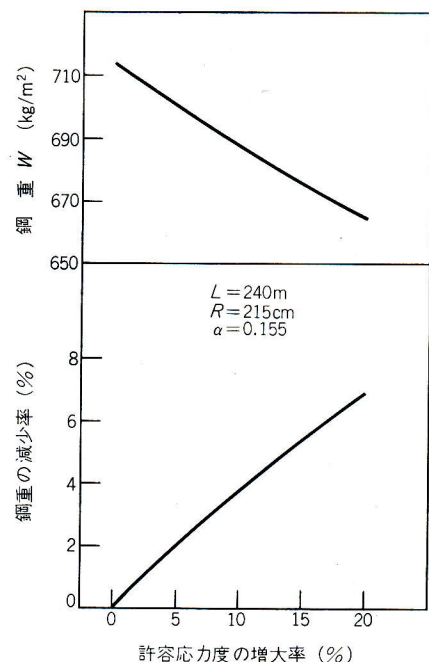


図-22 許容応力度の増大に対する鋼重の減少率

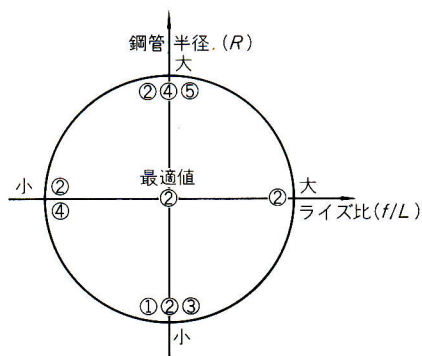


図-23 制約条件の組み合わせ

④ アーチの面外座屈

図-20(B) および図-21(B) から次のようなことがわかる。

- (1) どのようなライズ比であっても、どのような鋼管半径であっても、最適設計を求めると、鋼管の局部座屈に対する制約条件が最も限界に近く、この条件が支配的である。
- (2) 鋼管半径を小さくすると、支間長が大きい場合は、漸次面内座屈に対する制約条件が限界値に近づき、支間長が小さい場合は、部材の安定に関する条件が限界値に近づく。
- (3) ライズ比を小さくすると、支間長に関係なく面外座屈に対する制約条件が限界値に近づくが、鋼管半径を大きくすると、面外座屈は限界から離れる。ライズが大きい場合も、ほぼ同じ傾向を持つ。
- (4) 本論で取り上げた橋の最適設計(図中の縦軸に平行な1点鎖線)では、局部座屈が限界値に最も近く、次いで面外座屈であり、上記4個の制約条件のうちでは、ライズ比をパラメータにした場合には、面内座屈に対して、最も余裕を持っている。

以上のことにより、今後鋼管の局部座屈の研究が進み、局部座屈に関する規定を若干でも変更しうれば、この量に対応するだけ、2ヒンジパイプアーチ橋の鋼重を、減少せしめうることを示唆している。1例として、図-22に支間長240mの場合に、鋼管の局部座屈に関する許容応力度のみを変えた場合に、最適設計鋼重がどのように変わるかを示した。

7-2 形状制約条件相互の関係

図-20(C)に板厚とライズ比の関係、図-21(C)および(D)に、ライズ比、板厚と鋼管半径の関係を示した。

前述したように、ライズ比を小さくすることは、軸方向力の増大

をもたらすので、板厚を大きくすることが要求される。すでに述べたように、これは鋼重の増大に大きく関連している。また、鋼管半径を小さくすることも、当然、板厚を増大させる傾向にある。鋼管半径を減少させていくにつれて、最適設計を与える f/L は、支間長240mの場合にはわずかに増大の傾向を持つが、支間長を小さくすると、この傾向は大きくなる。

板厚が制限値に近くなる場合は、各々の支間長について、支間長と鋼管半径との比が、ほぼ78~85になる傾向が見られる。

以上述べた制約条件相互の関連を図-23にまとめる。横軸は最適ライズ比と比較して、ライズ比を変化させることを示し、縦軸は、最適鋼管半径と比較して、鋼管半径を変化させることを意味する。すなわち、最適設計時には局部座屈の制約条件のみが支配的であるのに、座標軸の方向で与えられる形状変化により、○印に示す数値で与えられる制約条件が影響し始めることを示すものである。

8. あとがき

昭和48年制定の道路橋示方書によって、2ヒンジパイプアーチ橋の最適設計を行った。最適設計を行ったのは、最小鋼重が橋の経済性の数値的評価の1項目となりうるであろうということからである。次いで、示方書に示された設計条件が最小鋼重にどのように影響を及ぼしているかを示した。示方書は、独立した条件の集合ではなくて、1つの目的から総合的に把握されるべきものであろうとの観点から、その一端を行ったものである。

本論をまとめるにあたっては、武蔵工業大学橋梁研究室の学生諸君の労に負うところが大きかったことを記し感謝の意を表する。

数値計算は、武蔵工業大学のFACOM 270-30によった。

[参考文献]

- 1) 村上：土木構造物の設計とは何か，土木学会誌，57巻 7号，pp. 3~6 (昭47)
- 2) 特集：土木とスペック，土木学会誌，63巻 6号，pp. 2~12，(昭53)
- 3) Kuester J. L. & J. H. Mize: Optimization Techniques with Fortran, McGraw-Hill, p. 3 (1973)
- 4) 小間，岡村，西脇：最適化手法の分類とその比較，土木学会年次学術講演会概要集，pp. 282~283 (昭52)
- 5) Fiel L. L.: Minimum cost design of Two-Hinged Highway Arch Ribs, Ph. D. Thesis, Civil Engineering, Georgia Institute of Technology (1973)
- 6) 成瀬：弾性橋梁，コロナ社